

Свойства натуральных как динамической
системы дискретного времени и
бинарная гипотеза Гольдбаха.

Г.Г.Рябов, В.А.Серов НИВЦ МГУ

Введение.

- Фундаментальные основы направления динамических систем заложены *Андроновым и Понтрягиным*. В 1957 году академик *Понтрягин* прочитал на мехмате МГУ курс лекций по качественной теории дифференциальных уравнений (КТДУ).
- В 80-ых годах *академик Д.В.Аносов* дал исчерпывающее обобщение этого направления в книге «*Гладкие динамические системы*».
- Глубокие результаты получены *академиком Я.Г.Синаем* и его сотрудниками в области гиперболических билиардов.

Введение в презентацию.

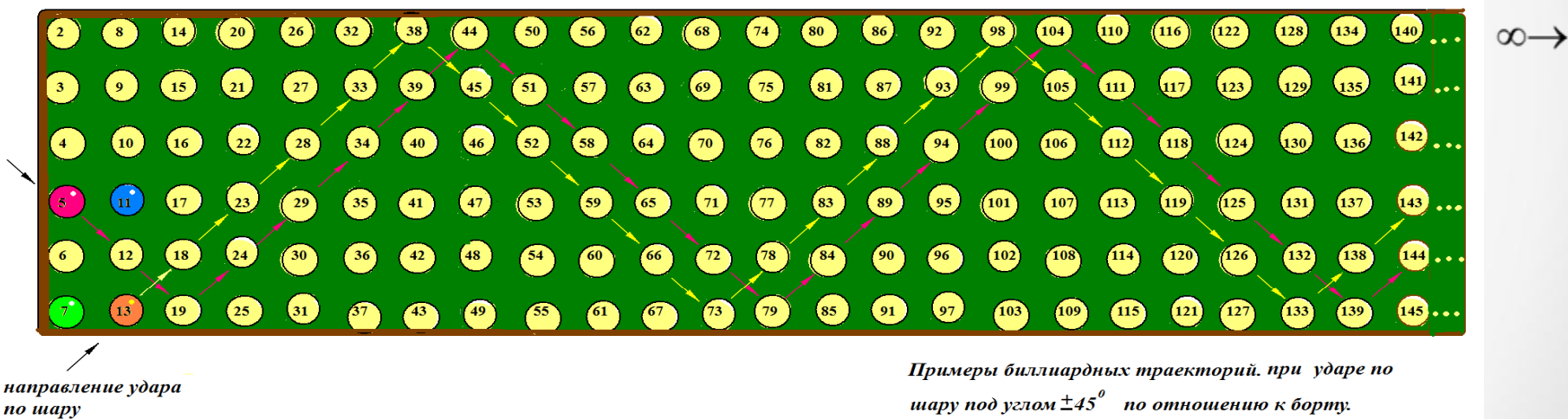
- Целью данной презентации является изложение методов использования представления натуральных чисел как динамической системы дискретного времени для изучения аддитивных свойств натуральных и, в том числе, в рамках бинарной гипотезы Гольдбаха. Текст – естественное продолжение тематики статьи: ***Г. Г.Рябов***. “Представление множества натуральных чисел в виде динамической системы дискретного времени.” INJOIT, 2017.Vol 5, N 8, 27-34 pp.
- Презентация не претендует на изложение универсального метода ***перечисления всех пар Гольдбаха (g-пар) для произвольного четного***, скорее демонстрирует взгляд на гипотезу Гольдбаха с позиций динамических систем.

Начало построения «бильярдного» графа.

- Основа построения-периодическая таблица натуральных чисел, состоящая из шести строк и счетного числа столбцов: $T_{\infty}(N+0/6)=T(N/6)$.
- Каждая строка таблицы- возрастающая последовательность членов бесконечной арифметической прогрессии с разностью 6 и начальными членами (2;3;4;5;6;7): $S(2/6), S(3/6), S(4/6), S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.
- Каждый столбец-шесть последовательных натуральных.
- Числа таблицы отображены в вершины плоской стандартной квадратной решетки и задают маркировку вершин строящегося графа (рис 1).

Понятие «бильярдного» графа на $T(N/6)$.

Вершины графа маркированы натуральными в соответствии с прогрессиями $S(2/6)$ - $S(7/6)$. Ориентированные ребра соединяют соседние по **диагонали** вершины с ориентацией от вершины с меньшим натуральным к вершине с большим. Удар по шару под углом $\pm\pi/4$ по отношению к борту.

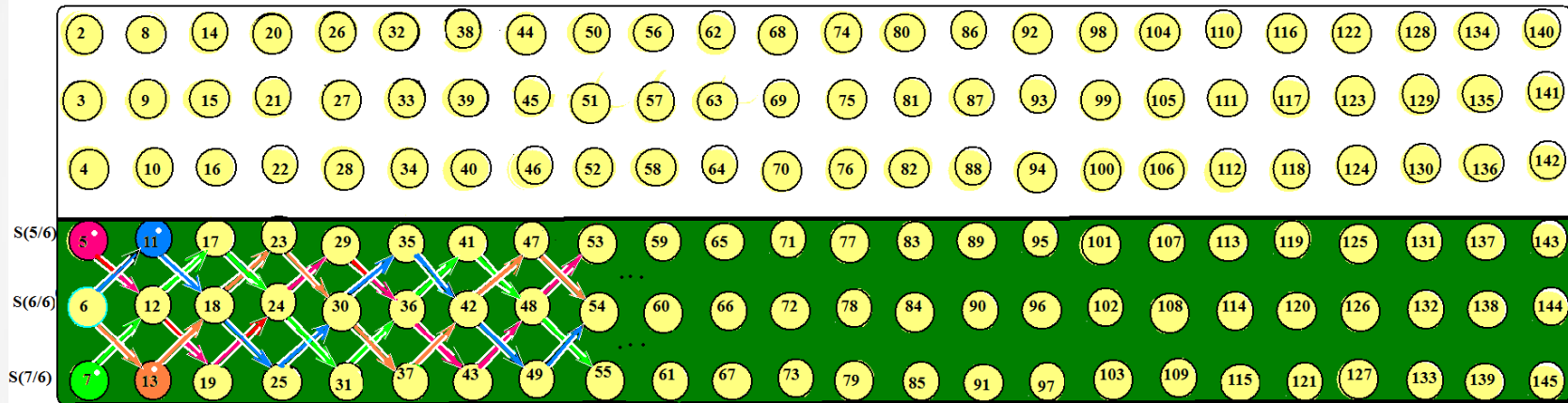


Введение функций sib , cob , sib , cob .

- Названия функций:
Синус бильярдный sib ; косинус бильярдный cob ;
Синус бильярдный зеркальный sib ; Косинус бильярдный зеркальный cob ;
- Функции определены на множестве натуральных вида $6n$ и принимают значения на множестве натуральных, являющихся объединением членов 3-х бесконечных арифметических прогрессий $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$ с разностью 6.
- Функции определены на подмножестве таблицы натуральных $T_{\infty}(N/6)$, состоящего из прогрессий $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.
- Соединив отрезками прямых попарно последовательные значения введенных функций и придав этим отрезкам ориентацию от меньшего натурального к большему, получим граф бильярдной траектории шара при виртуальном ударе по нему из позиций с натуральными 5,6,7 под углом $\pi/4$ (по отношению к бортам стола) и идеальных условиях (незатухающие отражения шара от противоположных бортов и угол падения равен углу отражения).

Поведение периодических ф-ий в полосе

$S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.



$sib(6)=6; sib(12)=11; sib(18)=18; sib(24)=25; sib(30)=30; \dots$ \rightarrow
 $cob(6)=5; cob(12)=12; cob(18)=19; cob(24)=24; cob(30)=29; \dots$ \rightarrow

$\underline{sib}(6)=6; \underline{sib}(12)=13; \underline{sib}(18)=18; \underline{sib}(24)=23; \underline{sib}(30)=30; \dots$ \rightarrow
 $\underline{cob}(6)=7; \underline{cob}(12)=12; \underline{cob}(18)=17; \underline{cob}(24)=24; \underline{cob}(30)=31; \dots$ \rightarrow

Период функций- 24.

$sib, \underline{sib}, cob, \underline{cob}$ определяют цвета ребер ВГ в полосе $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.

Периодические функции в полосе

$$S(5/6), S(6/6), S(7/6)$$

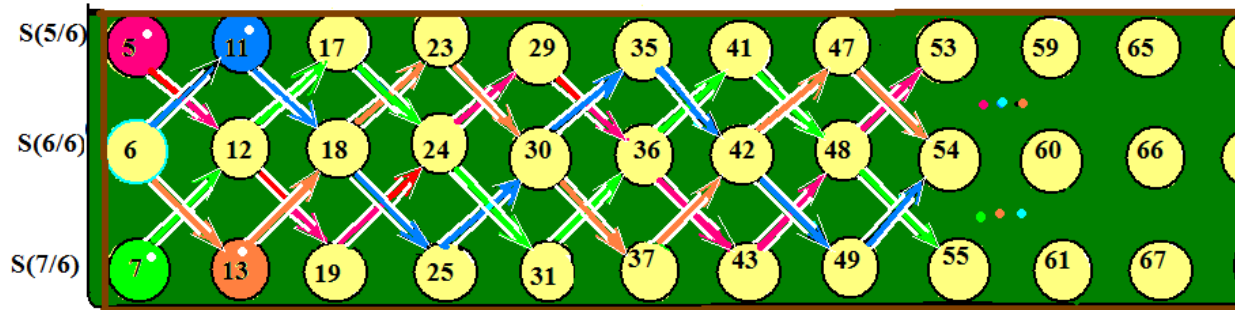


рис.2. Периодические функции в полосе $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.

$sib(6)=6; sib(12)=11; sib(18)=18; sib(24)=25; sib(30)=30; \dots$ \rightarrow (blue arrow)
 $cob(6)=5; cob(12)=12; cob(18)=19; cob(24)=24; cob(30)=29; \dots$ \rightarrow (magenta arrow)
 $\underline{sib}(6)=6; \underline{sib}(12)=13; \underline{sib}(18)=18; \underline{sib}(24)=23; \underline{sib}(30)=30; \dots$ \rightarrow (orange arrow)
 $\underline{cob}(6)=7; \underline{cob}(12)=12; \underline{cob}(18)=17; \underline{cob}(24)=24; \underline{cob}(30)=31; \dots$ \rightarrow (green arrow)

Период функций- 24.

$sib, \underline{sib}, cob, \underline{cob}$ определяют цвета ребер BG в полосе $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$.

Раскраска ребер «бильярдного» графа ВГ.

- Все ребра бильярдного графа раскрашены в 4 цвета в соответствии с принадлежностью к sib-синий, sov-красный, sib-желтый, sov-зеленый.
- Вершины, инцидентные ребрам, одного цвета-монохроматические (этого цвета), -разного цвета-дихромные (синий-желтый, красный-зеленый).
- Все простые только среди монохроматических вершин.

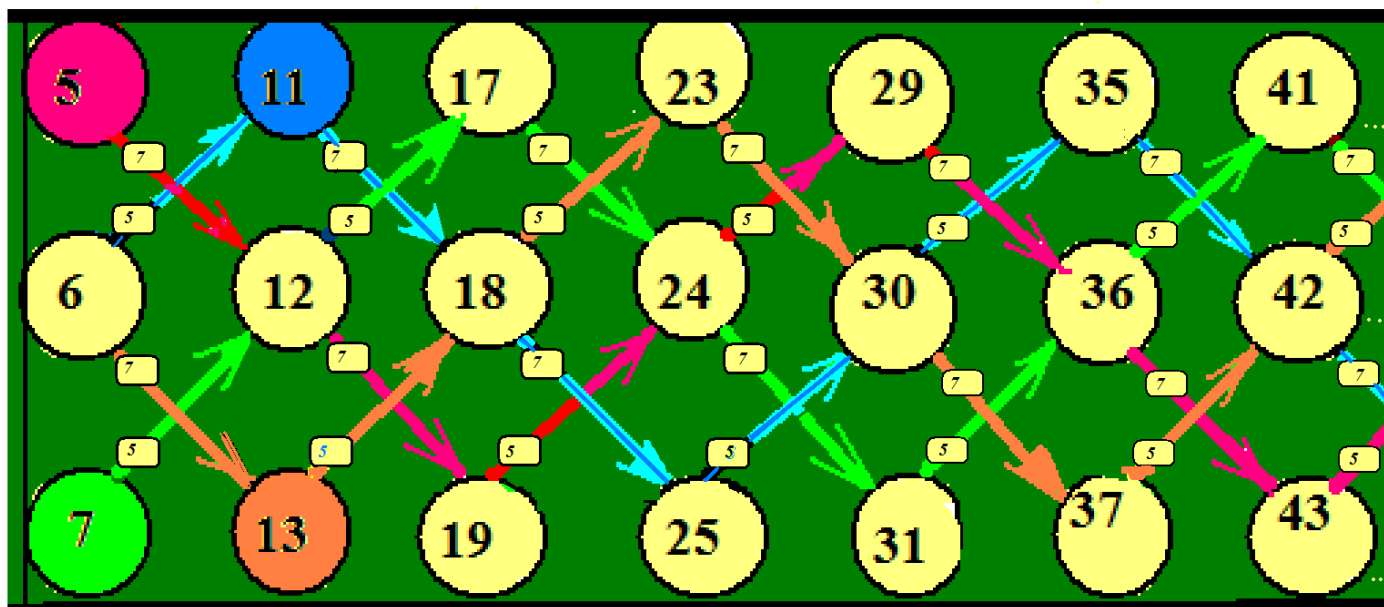
Маркировка ребер «бильярдного» графа BG. Каждому ребру приписывается вес $|n1-n2|$

cob → *cob* → *sib* → *sib* →

S(5/6)

S(6/6)

S(7/6)



веса и окраска ребер BG

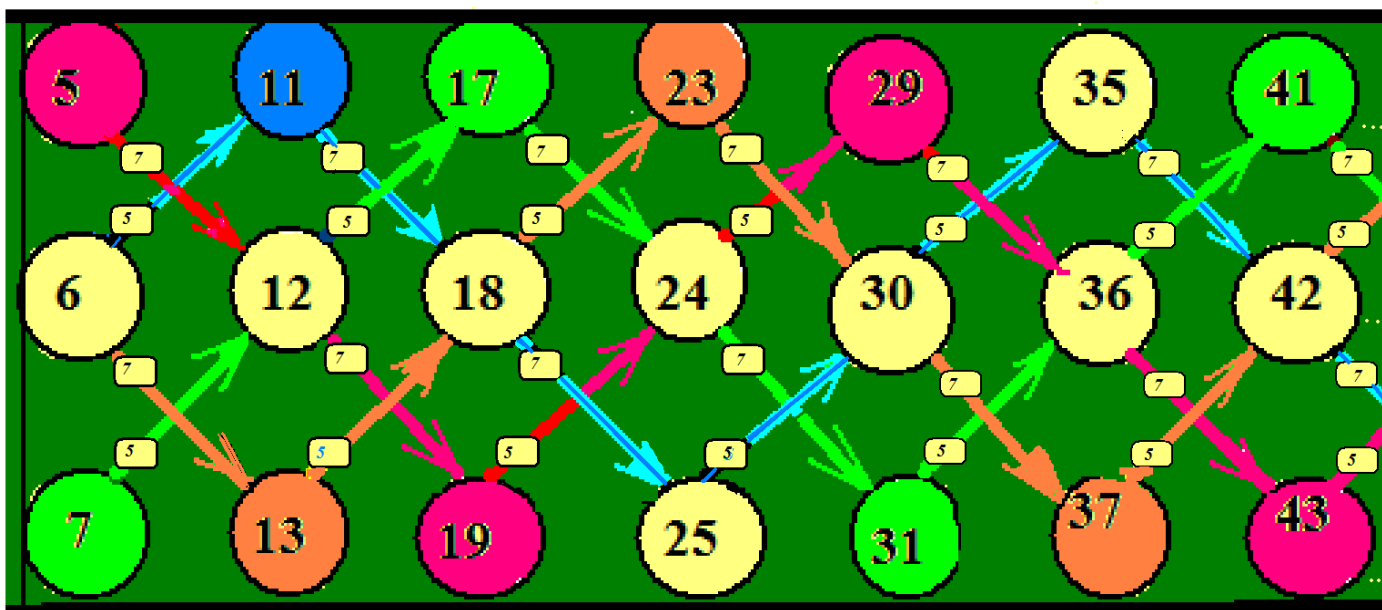
Окраска ребер и вершин ВГ

cob → *cob* → *sib* → *sib* →

S(5/6)

S(6/6)

S(7/6)



веса и окраска ребер и вершин ВГ

Полиморфизм периодической $T(N/6)$ и бильярдного графа BG на ней

- Взаимное влияние между простыми и составными натуральными в структуре 6-ти арифметических прогрессий на основе бинарных отношений в полугруппах по сложению и умножению
- BG на $T(N/6)$ отражает колебательный периодический процесс-результат действия групп осевых, зеркальных и трансляционных симметрий на N .

Хромодинамика натуральных

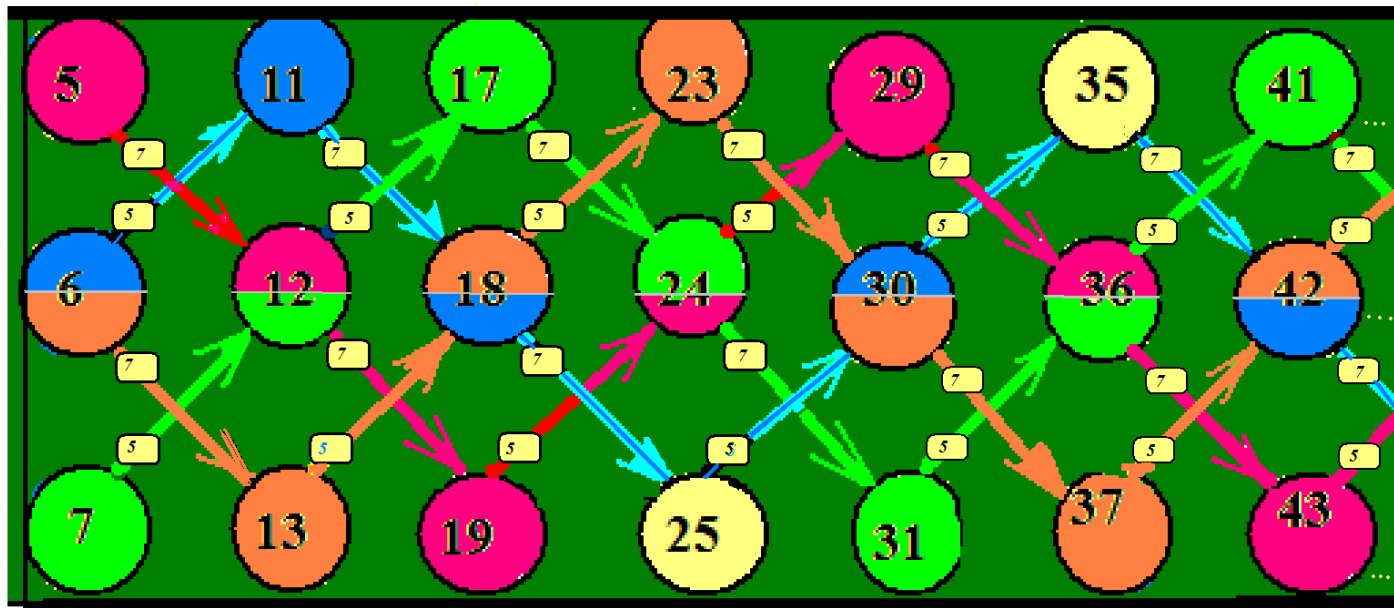
cob → *cob* → *sib* → *sib* →

монохромные и дихромные вершины BG

S(5/6)

S(6/6)

S(7/6)



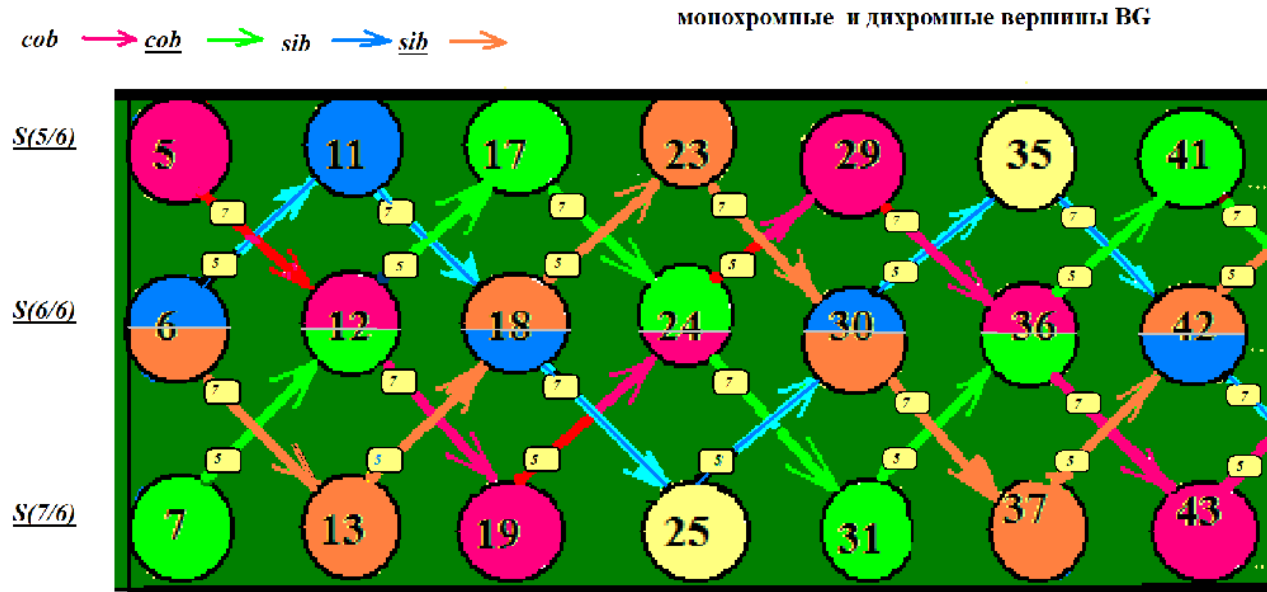
веса и окраска ребер и вершин BG

VG-пространство фазовых траекторий при движении по кратчайшим путям между вершинами.

- VG-ориентированный, полихромный и ациклический \rightarrow кратчайший (по ребрам) путь (он же и часть бильярдной траектории VT) между двумя вершинами *единственен*.
- Рассмотрим действие = движение по VT с постоянной скоростью прохождения одного ребра VG за единицу дискретного времени.
- Тогда для VT, начавшейся в вершине с натуральным $n(t_0)$ в момент t_0 и окончившей движение в момент T , в вершине с натуральным $n(T)$:
$$n(t_0) + \sum q(t_i) \Delta t_i = n(T),$$
 где $T = \sum \Delta t_i \rightarrow$ дискретный вариант интегрирования Фейнмана по фазовым траекториям.

Отображение в слова над алфавитом $A=\{5;7;v;\wedge;\}$

5;7-веса ребер BG ; v -отражение от нижнего борта; \wedge -от верхнего.



веса и окраска ребер и вершин BG

- 5 $77v55^\wedge77v55^\wedge77v55$
- 7 $55^\wedge77v55^\wedge77v55^\wedge77$
- 11 $77v55^\wedge77v55^\wedge77v55$
- 13 $55^\wedge77v55^\wedge77v55^\wedge77$

Еще раз о движении по ВТ

За единицу дискретного времени точка(шар) проходит одно ребро ВГ. Встреча в одной вершине (с натуральным) разных по цвету ВТ в один момент времени **невозможна** так же как у Фейнмана нахождение в одном состоянии двух элементарных частиц. (СМ. $S(6/6)=12,18,24,\dots$) Отсюда вопрос-о синхронизации движения.



Автосинхронизация-параллельные коридоры без столкновений

Биллардные траектории ($\pi/4$) в структуре
натуральных чисел Полубесконечный стол для
карамбола и 4 шара с простыми 5,11,17,23

состояние в дискретное $t=4$

Semy groups of infinitary progressions
S(2) S(3) S(4) S(5) S(6) S(7)



Г.Г.Рябов Представление множества
натуральных чисел в виде динамической
системы дискретного времени.injoit/8/2017

Проблема Гольдбаха для $n \in S(6/6)$ -деление на регулярные и сингулярные вершины.

- **Определения:**

Регулярная вершина $v(n); n \in S(6/6)$ -одна из предшествующих вершин (на ребре с весом $q=5$ или $q=7$) маркирована простым p . Тогда решение G-проблемы-тривиально: $n=p+q$.

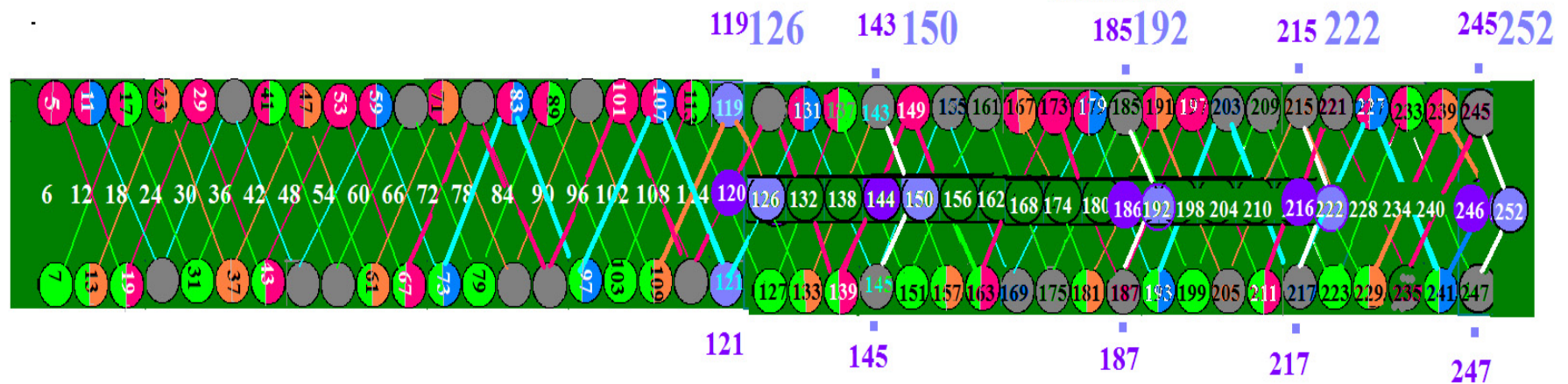
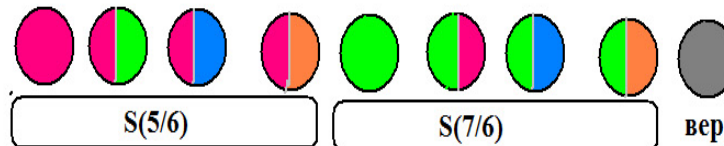
Сингулярная вершина $v(n); n \in S(6/6)$ -обе предшествующих вершины с натуральными-составными

- Для первой сотни натуральных таких вершин в ВТ нет.
- На следующем слайде начальный этап появления на ВТ сингулярных вершин.

Начальный этап появления на ВТ сингулярных вершин в $S(6/6)$.

Сингулярные вершины помечены сиреневым цветом. 126; 150; 192; 222; 252;...

окраска в 9 цветов

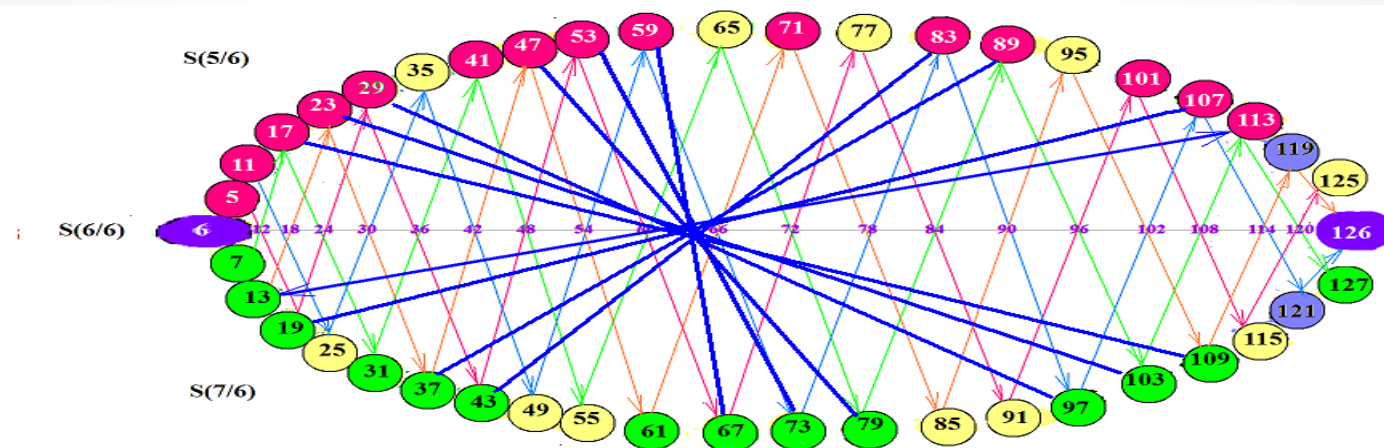


Пояснение графики овала

ЭКВИДИСТАНТНОСТИ

- Для более наглядного представления трансформируем изображение полосы $\{S(5/6), S(6/6), S(7/6)\}$ в овальную форму, сохранив порядок следования вершин вдоль изогнутых бортов и используя только четыре цвета для окраски вершин: красный-для простых $n \in S(5/6)$, зеленый-для простых $n \in S(7/6)$, светложелтый-для составных $n \in \{S(5/6), S(7/6)\}$, сиреневый для с-вершин $n \in S(6/6)$.
- **Определение.** Овал эквидистантности –графическое соединение эквидистантных (от б и с-вершины) простых из $S(5/6)$ и $S(7/6)$, дающих в сумме натуральное в с-вершине.

Сингулярная вершина 126



* 126-sn-число в сингулярной вершине (предшествующие в BG:119=7x17;121=11x11;

* Каждому натуральному n соответствует единственное дополнительное n' такое, что $n+n'=sn$; В нашем случае $\{(5,121),(7,119),(11,115),(13,113),\dots\}$

* Первые три пары не могут быть g -парами для 126, т.к. 121,119,115-составные

* Пройдя по всему овалу и отбирая только пары дополнительных простых, будет реализовано локальное решето на овале.

* Однако рассмотрим иной путь. Будем двигаться от sn в противоположном направлении к ориентации ребер в BG. Попав в вершины 119 и 121-составные мы можем сразу исключить 5 и 7 из любых пар. На следующем шаге мы однозначно встретим по крайней мере одно простое, т.к. 120 в регулярной вершине

* Так 113-простое,115-составное

* Доп.простое к 113 $n'=13$ (левая сторона овала занята всегда 5-ью простыми из $S(5/6):\{5,11,17,23,29\}$; и 3-мя простыми из $S(7/6):\{7,13,19\}$;

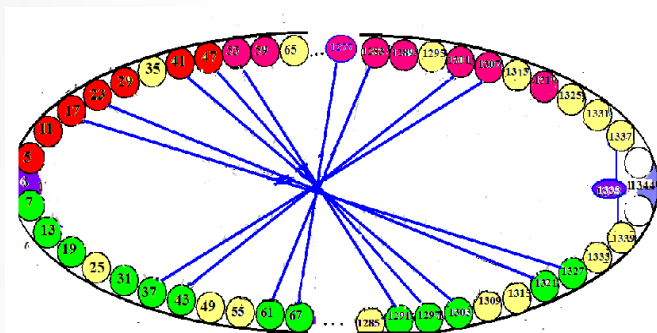
* Таким образом доказано, что для "изолированной" sn G-гипотеза верна.

* "Изолированная" в смысле, что $n_1=sn-12-1$; и $n_2=sn-12+1$; не являются одновременно составными.

Пары Гольдбаха для $n \in S(6/6)$,

вычисленные методом ЭКВИДИСТАНТНОСТИ

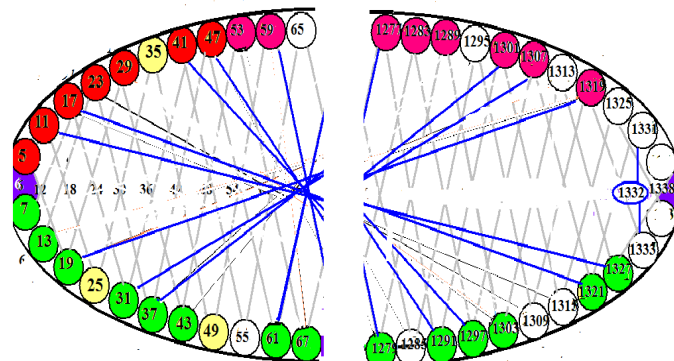
1344



1338	1344
11 1327	17 1327
17 1321	23 1321
41 1297	41 1303
47 1291	47 1297
59 1279	53 1291
19 1319	37 1307
31 1307	43 1301
37 1301	61 1283
61 1277	67 1277

102-1-101-6+1-7-108
102+1-103-6-1-5-108
102-5-97+6+5-11-108
102-13-89+6+13-19-108
102-23-79+6+23-29-108
102-41-61+6+41-47-108

1338



1338
11 1327
17 1321
41 1297
47 1291
59 1279
19 1319
31 1307
37 1301
61 1277

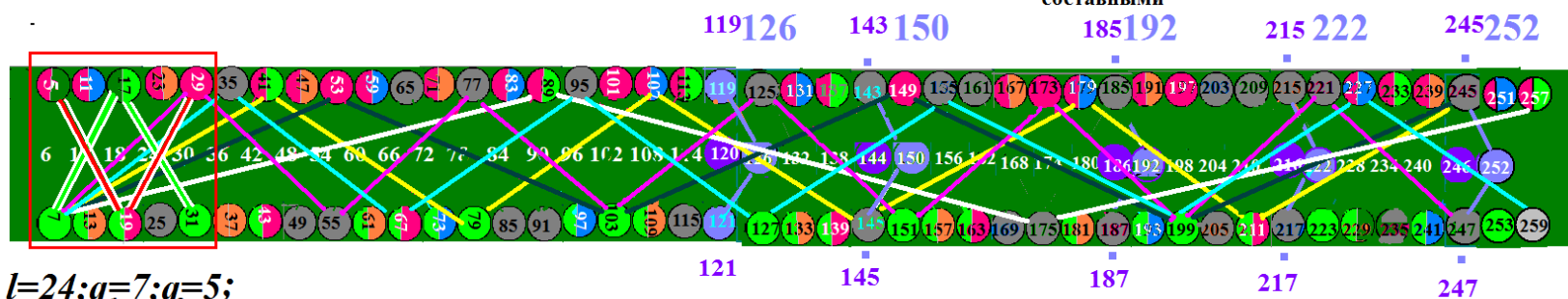
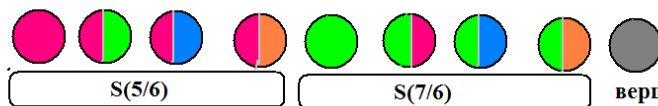
102-1=101=6+1=7=108
102+1=103+6-1=5=108
102-5=97+6+5=11=108
102-13=89+6+13=19=108
102-23=79+6+23=29=108
102-41=61+6+41=47=108

1344={17/1327;23/1321;41/1303;47/1297;53/1291;37/1307;43/1301;61/1283;67/1277...}

1338={11/1327;17/1321;41/1297;47/1291;59/1279;19/1319;31/1307;37/1301;61/1277...}

Длины кусочно-линейных волн

окраска в 9 цветов



$$l=24; q_1=7; q_2=5;$$

разные длины волн-разные веса ребер ВГ

$$l; 2q_1, 2q_2 \quad (12)=4+8; \quad (18)=7+11; \quad (24)=10+14; \quad (30)=13+17; \quad (36)=16+20; \quad (42)=19+23;$$

5/7 8/10

$$l; 2q_1, 2q_2 \quad (48)=22+26; \quad (54)=25+29; \quad (60)=28+32; \quad (66)=31+35; \quad (72)=34+38; \quad (78)=37+41;$$

11/13 14/16 17/19

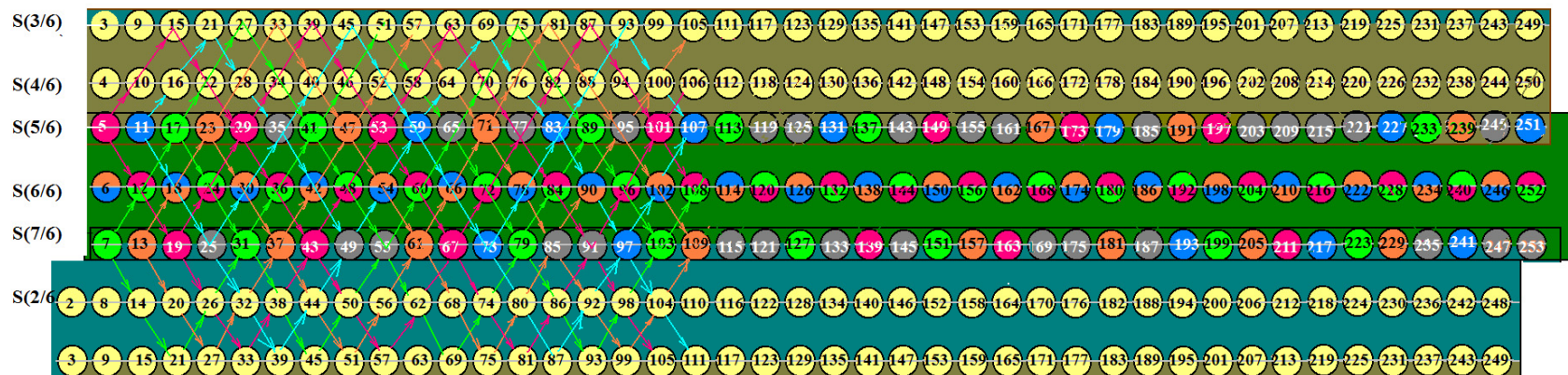
$$l; 2q_1, 2q_2 \quad (84)=40+44; \quad (90)=43+47; \quad (96)=46+50; \quad (102)=49+53; \quad (108)=52+56; \quad (114)=55+59; \quad (120)=58+62; \quad (126)=61+65$$

20/22 23/25 26/28 29/31

Интегрирование вдоль фазовых траекторий по Фейнману.

- Состояние системы в момент $T \rightarrow v(T) \rightarrow$ натуральное $n(v(T))$ при условии, что $n(v(t_0))$ в момент t_0 ;
- При ед. длине волны ($l=24$) $\rightarrow \{q_1=7; q_2=5\}$; ур-ие движения:
 $n(v(T))=n(v(t_0))+\sum q_m(t_i)\Delta t_i$; $T=\sum \Delta t_i$; $\Delta t_i=1$;
- Пусть $n(v(t_0))=p=11$, $n(v(T))=n=78 \in S(6/6)$;
Тогда для $67=7+7x+5y=7+7 \times 5+5 \times 5$;
И диофантово уравнение $78=11+7+7x+5y$; **11**-маркировка
исходной вершины BG , **5** и **7**-веса ребер на кратчайшем пути в
 BG **5**-число ребер с соотв. весом.

Общая картина хромодинамики (ХДН) на $T(N/6)$



*Общая картина хромодинамики на $T(N/6)$. Ребра BG показаны до вершин с натуральными до 100.


*Вершины с простыми-монохромные (● ● ● ●), вершины в $S(5/6), S(7/6)$ с составными -серого цвета (●), вершины в $S(6/6)$ -дихромные (●/● ●/●);

*Три бильярдных стола $\{S(3/6), S(4/6), S(5/6)\}$, $\{S(5/6), S(6/6), S(7/6)\}$, $\{S(7/6), S(2/6), S(3/6)\}$ связывает единый бильярдный граф (BG).

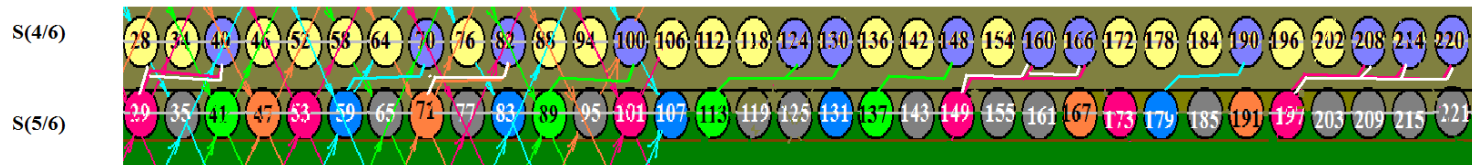
*Пересечения по $S(5/6), S(7/6), S(3/6)$ -предпосылки для закольцевания $T(N/6)$ в цилиндр.

G-пары для S(4/6)

Сингулярные в S(4/6), у которых $n-5$ =составное. Для них предыдущее простое +11,17,23.

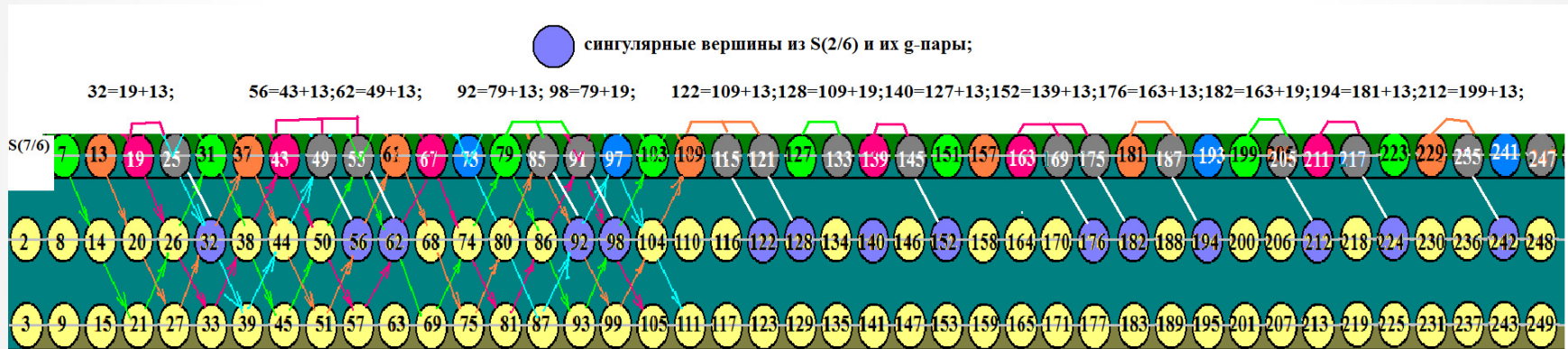
 сингулярные вершины из S(4/6) и их g-пары;

$$40=29+11; \quad 70=59+11; 82=71+11; 100=89+11; \quad 124=113+11; \quad 148=137+11; \quad 160=149+11; \quad 190=179+11; \quad 208=197+11;$$
$$130=113+17; \quad 166=149+17; \quad 214=197+17;$$
$$220=197+23;$$



G-пары для $S(2/6)$

Для регулярных g -пара= $(p, p+7)$, для сингулярных- $(p, p+13, 19)$;
Сингулярные в $S(2/6)$, у которых $n-7$ -составное.



Сквозные ВТ на $T(N/6)$

Условно показан разрез цилиндра на 3 полосы вдоль его оси.



T(N/6) и BG на цилиндре

Биллиард натуральных на внутренней поверхности цилиндра

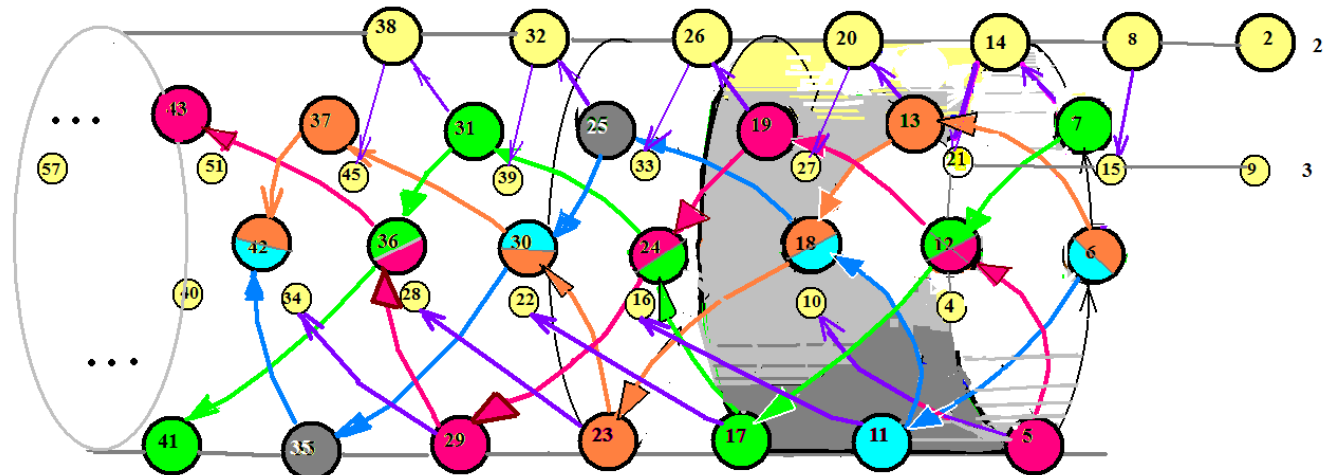


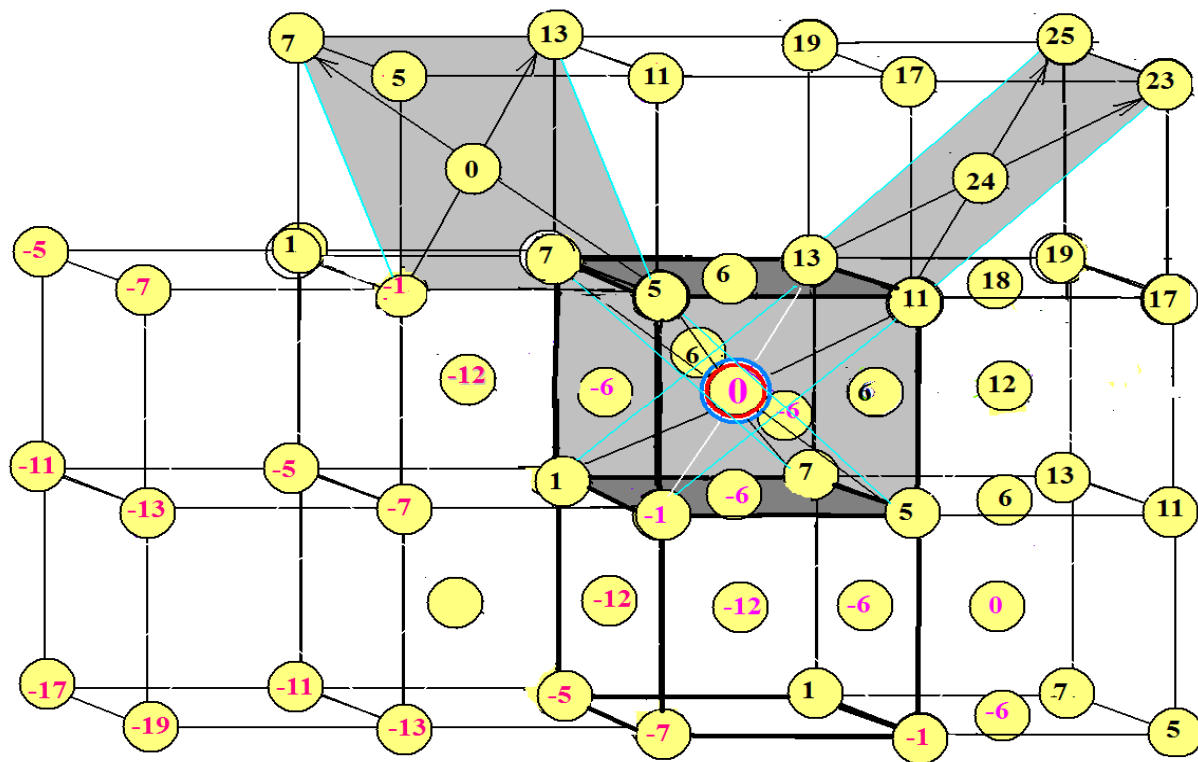
Рис. 8

Предпосылки более высоких размерностей ВГ и ВТ

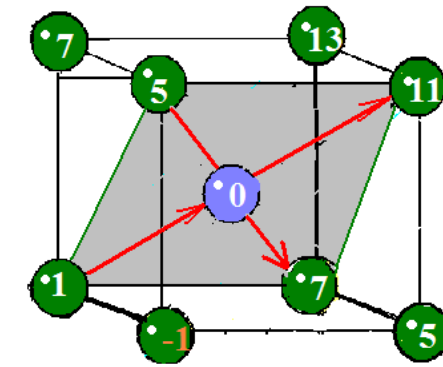
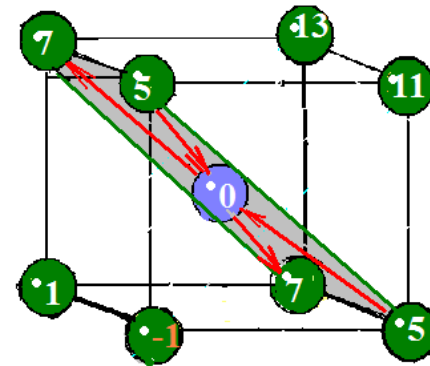
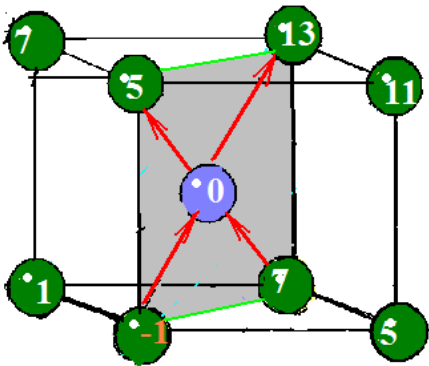
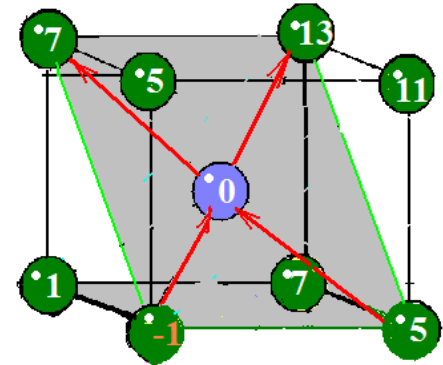
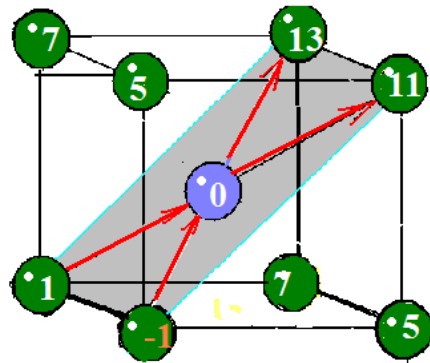
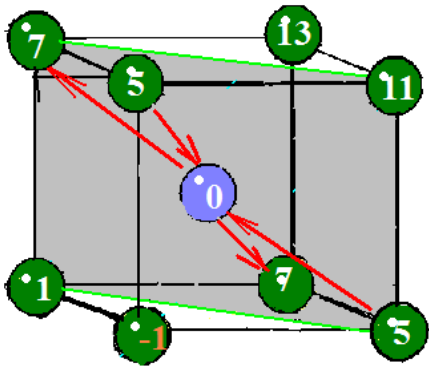
- Универсальное прием-отображение пространства на себя.
- В нашем случае отображение решетки натуральных на себя.
- Выше приведены примеры плоской квадратной решетки и двумерного многообразия с краем-поверхностью цилиндра.
- Для 3d-куба будем рассматривать арифметические прогрессии с разностью $d=6$ как для положительных, так и отрицательных натуральных.
- В результате образуется бесконечная в обе стороны полоса, показанная на следующих слайдах: $T(N_{\pm 0/6})$;

От 2d ВГ к 3d ВГ.

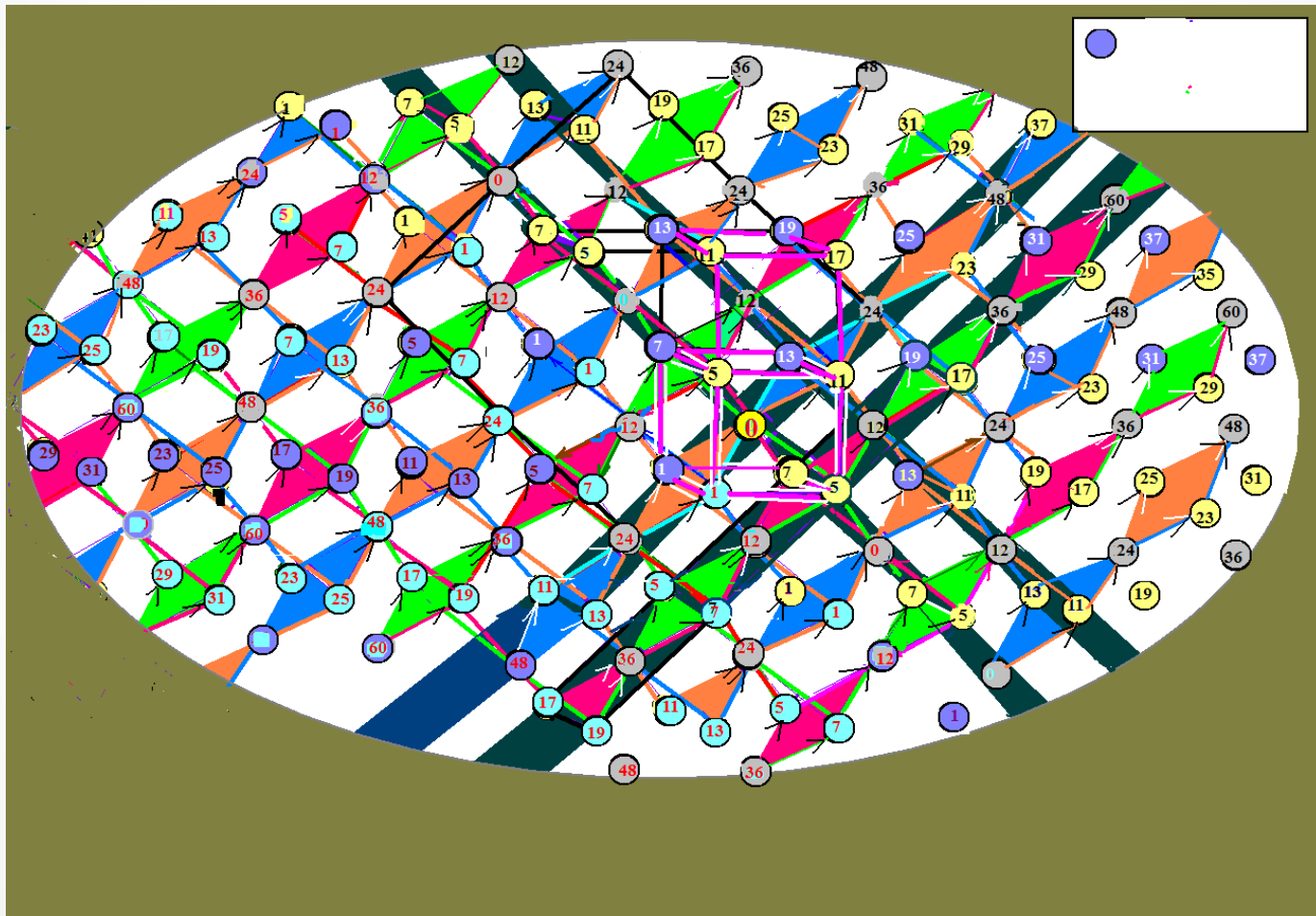
3d-куб и его диагональные сечения как дополнительная решетка для ребер 3d ВГ.



Дополнительные направления для ребер 3d BG

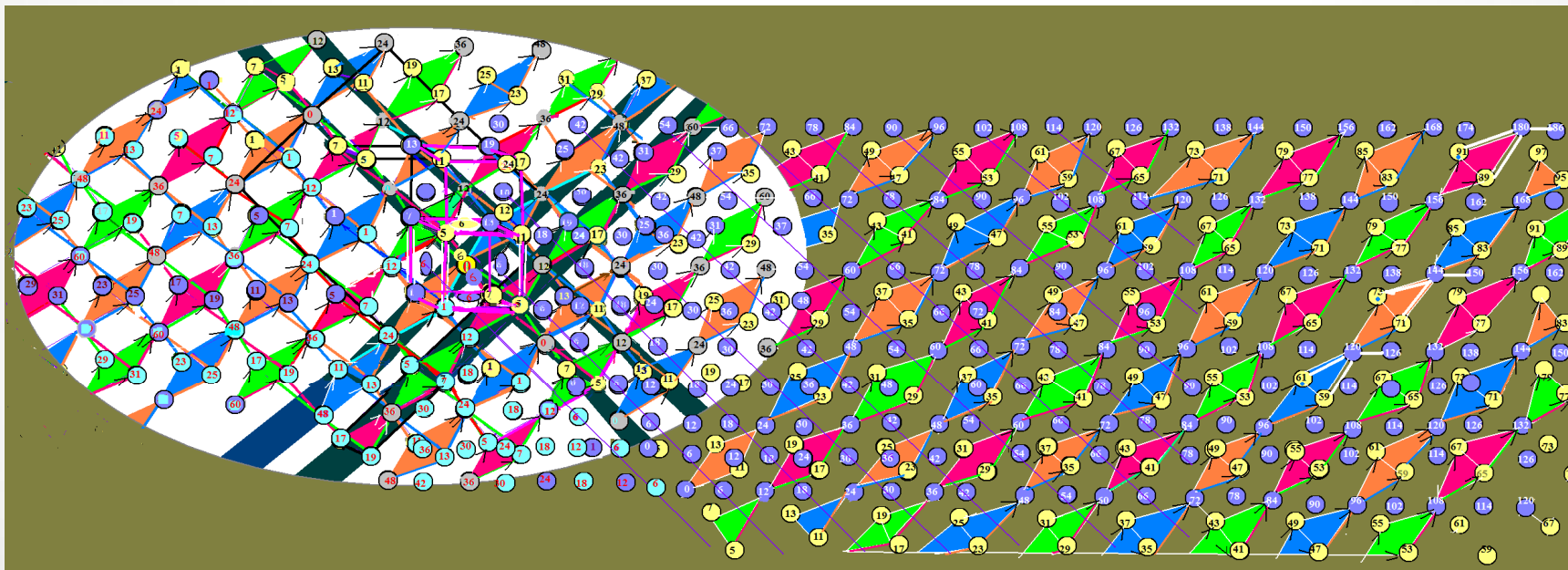


3d-модель ВГ



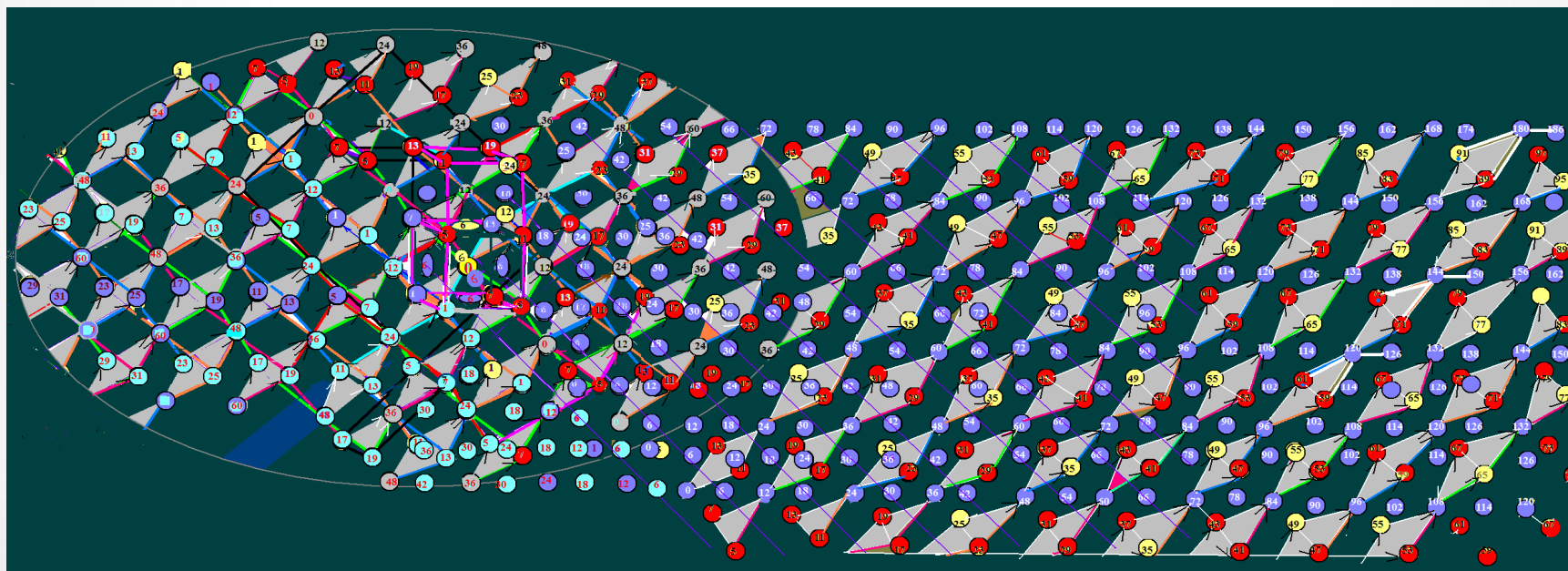
Периодическая хромодинамика аддитивности натуральных.

Показан срез 3d ВГ в один 3d-куб. Здесь видно например для 36 –новая g-пара:17+19, для 2d g-пары: 29+7,31+5;. 84 g-пара 41+43, в 2d 79+5 и т.д.



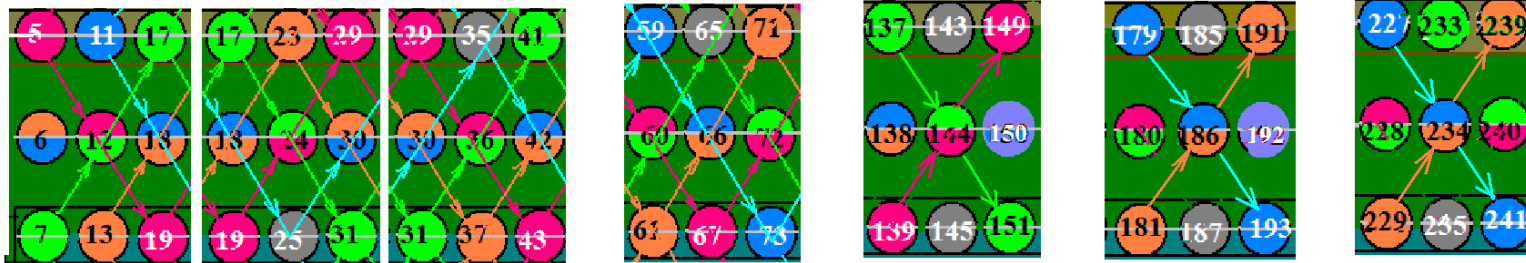
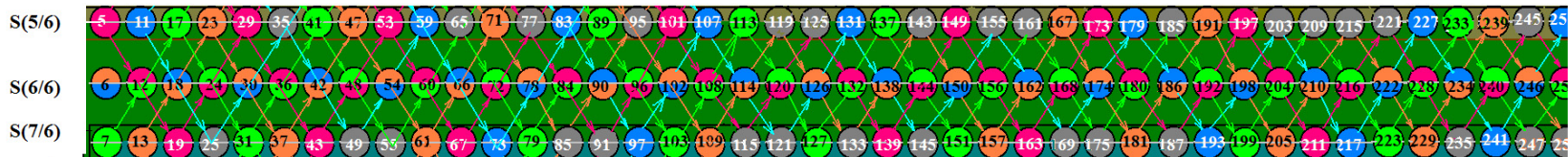
Доля простых в аддитивности натуральных в $S(5/6), S(6/6), S(7/6)$

Вершины 3d ВГ с простыми – красного цвета.



Явление конфайнмента в ХДН.

Простые-близнецы через один столбец, возможны лишь пары: Красный-зеленый и синий-желтый.



Примеры конфайнмента ХДН в полосе S(5/6),S(6/6),S(7/6)

Конец презентации.